

1. Publicação nº <i>INPE-2754-PRE/330</i>	2. Versão	3. Data <i>Maio, 1983</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DMC/DGC</i>	Programa <i>ORBAT</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>SIMULAÇÃO OBSERVAÇÕES ATITUDE</i>			
7. C.D.U.: <i>629.7.062.2:629.783</i>			
8. Título <i>SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE ATITUDE DE SATÉLITES TERRESTRES DE BAIXA ALTITUDE</i>		10. Páginas: <i>13</i>	
		11. Última página: <i>12</i>	
		12. Revisada por <i>Roberto Vieira Martins</i>	
9. Autoria <i>João Moro Valdemir Carrara</i> <i>João Moro</i>		13. Autorizada por <i>Nelson de Jesus Parada</i> Diretor	
Assinatura responsável			
14. Resumo/Notas <i>O trabalho apresenta formulação de um simulador numérico do movimento e de observações de atitude para satélites artificiais terrestres. O objetivo é fornecer condições de teste para procedimentos estatísticos de determinação de atitude. O modelo matemático de geração de atitude é um modelo de corpo rígido, incluindo os esforços de perturbação devidos à interação com o meio ambiente. As observações simuladas são do tipo: ângulos formados pelos eixos x, y e z do sistema de coordenadas fixo no satélite com os vetores satélite-Sol e satélite-Terra.</i>			
15. Observações <i>Este trabalho será apresentado no -VII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM 83 - Uberlândia, MG, de 13 a 16 de zembro de 1983.</i>			

ANAIS

PROCEEDINGS

**COBEM 83**VII CONGRESSO BRASILEIRO DE
ENGENHARIA MECÂNICA

UBERLÂNDIA, 13 - 16 de dezembro de 1983

TRABALHO
PAPER

Nº

P.P.

UFU

SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE ATITUDE DE SATÉLITES
TERRESTRES DE BAIXA ALTITUDE

JOÃO MORO

VALDEMIR CARRARA

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPqSUMÁRIO

O trabalho apresenta formulação de um simulador numérico do movimento e de observações de atitude para satélites artificiais terrestres. O objetivo é fornecer condições de teste para procedimentos estatísticos de determinação de atitude. O modelo matemático de geração de atitude é um modelo de corpo rígido, incluindo os esforços de perturbação devidos à interação com o meio ambiente. As observações simuladas são do tipo: ângulos formados pelos eixos x, y, e z do sistema de coordenadas fixo no satélite com os vetores satélite-Sol e satélite-Terra.

SUMMARY

A numerical simulator of attitude motion and related observations for Earth artificial satellites is presented. The purpose is to provide test conditions for a attitude determination using statistical procedures. The mathematical model of the attitude is a rigid body one and includes the perturbations due to interaction with the space environment. The simulated data consist of sun angles measurements, which are the arc-length separation between the attitude and the sun, and nadir angles measurements which are the arc-length separation between the attitude and the Center of Earth.

1. Introdução

As simulações do movimento e de observações de atitude são de grande valia para os testes de métodos de determinação, previsão, estimação e controle de atitude. O modelo matemático utilizado para realizar a simulação do movimento e observações de atitude de um satélite artificial terrestre baseia-se no trabalho desenvolvido por Moro [1].

Estas simulações são feitas integrando simultaneamente as equações dinâmicas e cinemáticas do movimento. As equações dinâmicas levam em consideração os torques [2] provenientes das influências da atmosfera, da radiação solar direta, do albedo terrestre, da radiação terrestre e do gradiente de gravidade. As equações cinemáticas são representadas na forma diferencial com a utilização, conveniente para o objetivo proposto, de quatérnions para a representação da atitude [3]. A conveniência do emprego de quatérnions é discutida na Seção 2.

2. Propagação da Atitude

Supõe-se que se dispõe dos seguintes sistemas de coordenadas [1]:

- a) CXYZ - Sistema de coordenadas geocêntrico, quase-inercial, no qual o eixo X aponta para o Equinócio Vernal. Este sistema será denominado, doravante, Sistema Inercial.
- b) Gxyz - Sistema de coordenadas fixo no satélite, doravante denominado Sistema Móvel, com a origem no centro da massa, G, do satélite e versores \vec{i} , \vec{j} e \vec{k} .
- c) Ox'y'z' - Sistema de eixos paralelos aos correspondentes eixos do Sistema Móvel.

Considerando [1]: velocidade angular, $\vec{\Omega}$, do satélite em termos de suas componentes instantâneas no Sistema Móvel,

$$\vec{\Omega} = \vec{i}w_x + \vec{j}w_y + \vec{k}w_z; \quad (1)$$

vetor soma dos torques externos, \vec{L} , atuantes no satélite em relação ao centro de massa G,

$$\vec{L} = \vec{i}L_x + \vec{j}L_y + \vec{k}L_z; \quad (2)$$

e momento angular total, \vec{J}_G , do satélite em relação ao centro de massa G,

$$\vec{J}_G = \vec{i} J_x + \vec{j} J_y + \vec{k} J_z, \quad (3)$$

onde J_x , J_y e J_z , componentes de \vec{J}_G , são dadas por:

$$J_x = I_x w_x - P_{xy} w_y - P_{xz} w_z; \quad J_y = -P_{xy} w_x + I_y w_y - P_{yz} w_z,$$

$$J_z = -P_{xy} w_x - P_{yz} w_y + I_z w_z, \quad (4)$$

sendo I_x , I_y e I_z os momentos de inércia em relação aos eixos x , y e z ; P_{xy} , P_{xz} e P_{yz} os produtos de inércia relativos, respectivamente, aos pares de eixos (xy) , (xz) e (yz) ; e X_i, Y_i, Z_i , $i = 1, 2, 3, \dots, 9$ função dos momentos e produtos de inércia e com a utilização do teorema da variação do momento da quantidade de movimento,

$$\vec{L} = \frac{d\vec{J}_G}{dt}, \quad (5)$$

verifica-se, através do trabalho [1], que as equações dinâmicas do movimento em torno do centro de massa do satélite podem ser escritas na forma:

$$\begin{aligned} \dot{w}_x = & X_1 w_x w_y + X_2 w_y^2 + X_3 w_x^2 + X_4 w_y w_z + X_5 w_x w_z + \\ & + X_6 w_z^2 + X_7 L_y + X_8 L_x - X_9 L_z; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{w}_y = & Y_1 w_x w_y + Y_2 w_y^2 + Y_3 w_x^2 + Y_4 w_y w_z + Y_5 w_x w_z + \\ & + Y_6 w_z^2 + Y_7 L_y + Y_8 L_x - Y_9 L_z; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{w}_z = & Z_1 w_x w_y + Z_2 w_y^2 + Z_3 w_x^2 + Z_4 w_y w_z + Z_5 w_x w_z + \\ & + Z_6 w_z^2 + Z_7 L_y + Z_8 L_x - Z_9 L_z; \end{aligned}$$

sendo:

$$L_x = T_x + U_x, L_y = T_y + U_y \text{ e } L_z = T_z + U_z, \quad (7)$$

onde T_x , T_y e T_z são as componentes do torque resultante das forças passivas, atuando respectivamente nos eixos x , y e z , e U_x , U_y e U_z os torques ativos.

A escolha pela utilização de quatérnions deve-se aos seguintes motivos [3]: não-existência de singularidades, não-existência de funções trigonométricas e regras convenientes de produto para sucessivas rotações. Esses parâmetros são de finidos por [3]:

$$q_1 = e_1 \sin \frac{\alpha}{2}; q_2 = e_2 \sin \frac{\alpha}{2}; q_3 = e_3 \sin \frac{\alpha}{2}; q_4 = \cos \frac{\alpha}{2}. \quad (8)$$

Os coeficientes (e_1 , e_2 , e_3) são as componentes do vetor unitário, \vec{e} , ao longo do eixo de rotação, e α é o ângulo de rotação.

As equações cinemáticas, colocadas em função dos quatérnions [1], [3], são escritas na forma:

$$\frac{dq}{dt} = \Lambda q, \quad (9)$$

onde:

$$q = (q_1, q_2, q_3, q_4)^T, \quad (10)$$

$$\Lambda = \begin{Bmatrix} 0 & w_z & -w_y & w_x \\ w_z & 0 & w_x & w_y \\ w_y & -w_x & 0 & w_z \\ -w_x & -w_y & -w_z & 0 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Portanto, os sistemas (6) e (9) fornecem o modelo matemático para a propagação da atitude.

3. Torques Ambientais (Passivos)

Os torques ambientais são sensivelmente dependentes da assimetria tanto da forma quanto da massa do satélite. Satélites altamente simétricos (cúbicos ou esféricos, por exemplo) sofrem perturbações na atitude somente se o centro da massa não coincidir com o centro geométrico. Para evitar que tais perturbações prejudiquem a estabilização, procura-se, sempre que possível construir satélites simétricos e com distribuição de massa o mais uniforme possível. Nem sempre é possível compensar todos os torques simultaneamente ou mesmo admitir formas simétricas em virtude das características da missão. Por outro lado, certos tipos de torques, como o gradiente de gravidade, podem às vezes ser necessários para a estabilização do satélite. Nestes casos, uma modelagem precisa dos torques é imprescindível, fornecendo dados para as diversas fases da análise, integração, lançamento e manutenção em órbita de um satélite.

Em órbitas baixas (abaixo de 1000km de altitude) os principais torques ambientais são: aerodinâmico, de radiação (solar, albedo e radiação ou emissão terrestre) e gradiente de gravidade. Os dois primeiros dependem da simetria de forma e o último da distribuição de massa.

O torque aerodinâmico é dado por:

$$\vec{M}_A = \int_A \vec{M} \times \left[(P_t \cotg\theta - P_n)\vec{n} + P_t \operatorname{cosec}\theta \vec{u} \right] dA,$$

onde a integral é efetuada sobre toda a área A externa do satélite e \vec{r} é o vetor posição do elemento de área dA, cuja normal é \vec{n} , no sistema Gxyz; \vec{u} é a velocidade da atmosfera em relação ao satélite, no mesmo sistema; e θ é o ângulo entre \vec{n} e \vec{u} [2]; P_n e P_t são tensões na direção normal (pressão) e tangencial (cisalhamento), respectivamente, obtidas teoricamente mediante o emprego da teoria molecular dos gases. P_n e P_t dependem, entre outros fatores, de θ , da razão entre a temperatura do elemento dA e a temperatura da atmosfera, da magnitude de \vec{u} e da densidade e na massa molecular média local da atmosfera e também, de coeficientes que traduzem o tipo de colisão entre as moléculas da atmosfera e a superfície

do satélite, estendendo-se da colisão totalmente especular até a perfeitamente difusa [4].

Devido ao comportamento exponencial da densidade com a altitude, o torque aerodinâmico é dominante até os 800km aproximadamente. A partir daí, a radiação solar passa a ser a mais significativa perturbação na atitude. O torque de pressão de radiação tem uma expressão idêntica ao aerodinâmico, mas aqui o θ é o ângulo entre \vec{n} e a direção do Sol \vec{u} . P_n e P_t dependem da constante solar, de θ , da distância Terra-Sol, dos coeficientes de reflectância, especularidade e emitância, além da temperatura de cada elemento dA [2].

O albedo terrestre (radiação solar refletida pela Terra) representa aproximadamente 0,1 da radiação total que atinge o satélite, por isso o torque devido a esse efeito torna-se bastante reduzido. Isto se acentua ainda mais considerando que o satélite passa por locais onde a região terrestre visível está iluminada pelo Sol e outras em que está na sombra. A radiação terrestre é a emissão infra-vermelha pela superfície da Terra e, da mesma forma que o albedo, o torque devido a esse efeito é bastante reduzido. Ambos, albedo e emissão terrestre, são obtidos utilizando a relação que fornece o torque de pressão de radiação, e, em seguida, considerando que a fonte emissora não mais é o Sol, mas um elemento de superfície terrestre, integra-se sobre a região da Terra vista pelo satélite [5].

O torque do gradiente de gravidade é provocado pela variação da força gravitacional com a altitude, fazendo com que diferentes partes do satélite sofram diferentes acelerações. Esse torque depende, portanto, da altitude, da distribuição da massa e da orientação do satélite. Supondo que o sistema Gxyz coincida com o sistema dos eixos principais de inércia I_1 , I_2 e I_3 , o torque devido ao gradiente de gravidade toma a forma:

$$\vec{M}_G = \frac{3\mu}{M^3} \left[a_2 a_3 (I_3 - I_2) \vec{i} + a_1 a_3 (I_1 - I_3) \vec{j} + a_1 a_2 (I_2 - I_1) \vec{k} \right],$$

onde μ é a constante gravitacional, \vec{r} é o vetor do centro da Terra ao centro da massa do satélite e a_1 , a_2 e a_3 são os se

nos diretores de \vec{r} no Sistema Gxyz.

4. Obtenção da Atitude

A matriz de rotação é a principal grandeza para a especificação da orientação de um corpo rígido [3]. A atitude do satélite é representada pela matriz de rotação, aqui denominada Q, que permite o conhecimento da orientação do Sistema Móvel em relação ao Sistema Inercial através da relação:

$$(x,y,z)^T = Q(X,Y,Z)^T \quad (12)$$

A matriz Q, em função dos quatérnions, é dada por:

$$Q = \{q_{i,j}\}, \quad i,j = 1,2,3, \quad (13)$$

onde:

$$\begin{aligned} q_{11} &= q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2; & q_{12} &= 2(q_1 q_2 + q_3 q_4); & q_{13} &= 2(q_1 q_3 - q_2 q_4); \\ q_{21} &= 2(q_1 q_2 - q_3 q_4); & q_{22} &= -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2; & q_{23} &= 2(q_2 q_3 + q_1 q_4); \\ q_{31} &= 2(q_1 q_3 + q_2 q_4); & q_{32} &= 2(q_2 q_3 - q_1 q_4); & q_{33} &= -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2. \end{aligned}$$

5. Geração de Observações

As observações efetuadas por sensores de atitude devem ser modeladas de acordo com o tipo de observação efetuada. Um estudo detalhado sobre sensores pode ser encontrado em Wertz [3].

Um conjunto de sensores solares e de sensores de horizonte infravermelho fornecem, respectivamente, após pré-processamento, os ângulos da direção do Sol e do centro da Terra nos eixos do Sistema Móvel. A modelagem das medidas é baseada na equação escalar:

$$y = h(x,t), \quad (14)$$

onde y é o valor da observação; h é a função não-linear em x, que caracteriza o modelo de observação; e x é o vetor de

estado do satélite.

Existem várias fontes de erro que influem na qualidade dos valores das medidas, sendo a maioria delas diretamente relacionada ao equipamento utilizado. Assim, a cada sensor e a cada medida realizada está associada um erro devido ao equipamento, leitura ou conversão de dados, modelagem do observador, tendenciosidade do sensor, erros relativísticos de correção do tempo, etc... Admitindo que os erros tendenciosos tenham sido eliminados por calibração, uma maneira simples de simular as observações é corrompê-las com um ruído gaussiano de média nula e variância unitária, multiplicada pelo desvio padrão correspondente.

A geração das observações é efetuada por meio da equação:

$$Y = Y_T + (\text{ruído}) \cdot \sigma, \quad (15)$$

onde Y é a observação simulada; Y_T é a observação determinística obtida através do estado simulado com o modelo matemático do satélite (Sistemas (6) e (9)); ruído é a variável gaussiana de média nula e variância unitária; e σ é o desvio padrão do sensor, relativo à observação e que exprime os vários tipos de erros que podem ocorrer. Maiores detalhes podem ser obtidos no trabalho de Kuga [6] que usa tal esquema para geração de observações.

Considerando o vetor posição (X_G, Y_G, Z_G) do satélite e o vetor (S_1, S_2, S_3) satélite-Sol, os ângulos $(Y_{R1}, Y_{R2}, Y_{R3}, Y_{R4}, Y_{R5}, Y_{R6})$ formados, respectivamente, entre os eixos (x, y, z) e os vetores satélite-Terra e o satélite-Sol são dados pelas fórmulas [1]:

$$Y_{R1} = \cos^{-1} [-(X_G q_{11} + Y_G q_{12} + Z_G q_{13}) / \sqrt{X_G^2 + Y_G^2 + Z_G^2}];$$

$$Y_{R2} = \cos^{-1} [-(X_G q_{21} + Y_G q_{22} + Z_G q_{23}) / \sqrt{X_G^2 + Y_G^2 + Z_G^2}];$$

$$Y_{R3} = \cos^{-1} [-(X_G q_{31} + Y_G q_{32} + Z_G q_{33}) / \sqrt{X_G^2 + Y_G^2 + Z_G^2}];$$

$$Y_{R4} = \cos^{-1} [-(S_1 q_{11} + S_2 q_{12} + S_3 q_{13}) / \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}];$$

$$Y_{r_5} = \cos^{-1} [(S_1 q_{21} + S_2 q_{22} + S_3 q_{23}) / \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}];$$

$$Y_{r_6} = \cos^{-1} [(S_1 q_{31} + S_2 q_{32} + S_3 q_{33}) / \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}]; \quad (16)$$

6. Exemplo

O procedimento aqui formulado foi testado para o satélite apresentado na Figura 1. As principais características deste satélite são dadas a seguir:

a) Elementos keplerianos correspondentes à data do início da simulação:

$$a = 6628,158\text{km}; \quad e = 0,003; \quad i = 41,96^\circ;$$

$$\Omega = 175,94^\circ; \quad w = 145,95^\circ; \quad M = 27^\circ,18^\circ,$$

onde:

a - é o semi-eixo maior da órbita;

e - é a excentricidade;

i - é a indicação da órbita;

Ω - é a ascensão reta do nodo ascendente;

w - é o argumento do perigeu; e

M - é a anomalia média.

b) Data das efemérides:

ano - 1981; mês - 11; dia - 24;

hora - 16; minutos - 0; e segundos - 0.

c) Relação aérea sobre a massa, A/M:

$$A/M = 0,0076 \text{ kg/m}^2.$$

d) Momentos de inércia:

$$I_x = 323,39\text{kg.m}^2; \quad I_y = 324,06\text{kg.m}^2; \quad I_z = 10,135\text{kg.m}^2.$$

e) Produtos de inércia:

$$P_{xy} = -0,07\text{kg.m}^2; \quad P_{xz} = 0,137\text{kg.m}^2; \quad P_{yz} = 0,111\text{kg.m}^2.$$

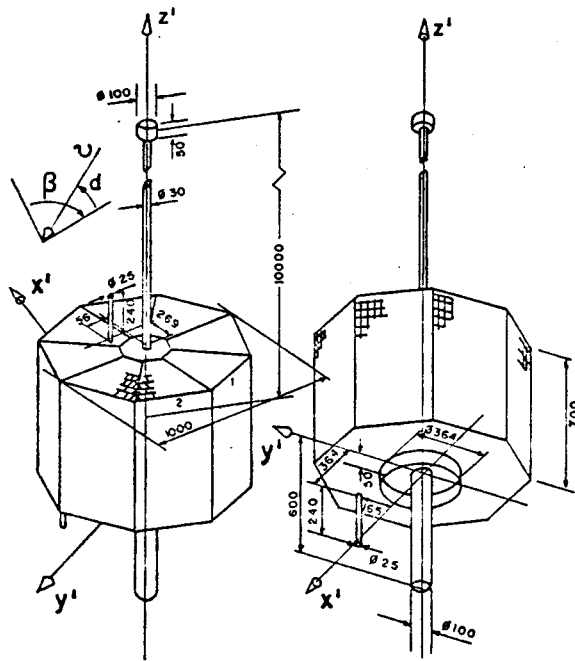


Fig. 1. Satélite exemplo.

A simulação do movimento e de observações de atitude foi realizada para um intervalo de tempo de 780 segundos e foram levadas em consideração as influências da atmosfera, da radiação solar direta e gradiente de gravidade. Consideram-se sensores com precisão de $0,1^\circ$. Na Tabela 1 são apresentados os resultados obtidos para a velocidade angular, os quatérnions e as observações.

Tabela 1. Resultados.

TEMPO	p	q	r	q ₁	q ₂	q ₃	q ₄	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆
SEGUN DOS	(10 ⁻³) rad/s	(10 ⁻³) rad/s	(10 ⁻³) rad/s					rad	rad	rad	rad	rad	rad
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	-	-	-	-	-	-
60,0	-0,514	-1,14	0,0392	-0,008	-0,017	0,0010	0,9998	1,013	0,9108	2,198	2,087	2,496	1,923
120,0	-1,02	-2,44	0,0737	-0,031	-0,070	0,0023	0,9970	1,154	0,8374	2,243	2,132	2,648	1,903
180	-1,53	-3,89	0,0968	-0,069	-0,164	0,0052	0,9840	1,345	0,7325	2,252	2,206	2,427	1,853
240,0	-1,97	-5,33	0,1085	-0,119	-0,299	0,0091	0,9468	1,572	0,5927	2,163	2,295	2,384	1,753
300,0	-2,22	-6,38	0,1080	-0,176	-0,460	0,0144	0,8701	1,788	0,4378	1,944	2,353	2,358	1,599
360,0	-2,29	-6,82	0,0860	-0,229	-0,622	0,0205	0,7480	1,906	0,3420	1,635	2,324	2,365	1,416
420,0	-2,30	-6,86	0,0370	-0,272	-0,761	0,0258	0,5880	1,862	0,4021	1,301	2,199	2,409	1,247
480,0	-2,22	-6,72	-0,040	-0,300	-0,865	0,0288	0,4015	1,666	0,5697	1,011	2,019	2,490	1,133
540,0	-1,72	-5,96	-0,121	-0,311	-0,926	0,0331	0,2109	1,391	0,7430	0,860	1,833	2,587	1,094
600,0	-0,78	-4,53	-0,185	-0,306	-0,950	0,0455	0,0504	1,122	0,8634	0,897	1,677	2,661	1,104
660,0	0,40	-2,81	-0,225	-0,294	-0,951	0,0730	-0,056	0,916	0,9197	1,033	1,568	2,674	1,103
720,0	1,67	-1,17	-0,262	-0,284	-0,945	0,1201	-0,103	0,787	0,9310	1,180	1,499	2,611	1,046
780,0	3,09	0,40	-0,311	-0,282	-0,936	0,1910	-0,092	0,720	0,9213	1,305	1,473	2,468	0,970

7. Conclusões

O trabalho realizado satisfaz os objetivos proposto, tendo já sido utilizado no trabalho desenvolvido por Lopes[7].

Além de satisfazer os objetivos propostos, o trabalho possibilita, através de realizações de testes, analisar a influência dos diversos torques ambientais no movimento do satêlite. O conhecimento e a análise destes torques são de grande importância na formulação das leis de controle de atitude.

REFERÊNCIAS

- [1] Moro, J. "Simulação do movimento e de observações de atitude para satélites artificiais terrestres", São José dos Campos, SP, INPE, 1983, (INPE-2649-RPI/076).
- [2] Carrara, V. "Modelagem das forças e torques atuantes em satélites", Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial. São José dos Campos, SP, INPE, 1982, (INPE-2454-TDL/094).
- [3] Wetz, J.R. "Spacecraft attitude determination and control", London, D.Reidel, 1978 (Astrophysics and Space Science Library).
- [4] Boetther, R.D. "The calculation of convex body aerodynamics in free molecular flow using a plane element surface approximation survey on theory and methods", Göttingen, Germany, DFVLR, 1979, (DFVLR-IB251-79 A13).
- [5] Cunningham, R.G. "Earth reflected solar radiation incident upon an arbitrarily oriented spinning flat plate", Washington, DC, NASA, 1965, (NASA-TND-1842).
- [6] Kuga, H.K. "Estimação adaptativa de órbitas aplicadas a satélites a baixa altitude", Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial, São José dos Campos, SP, INPE, 1982, (INPE-2316-TDL/079).
- [7] Lopes, R.V.F. "Determinação de Atitude de Satélites artificiais através de estimadores de estado", Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial, São José dos Campos, SP, INPE, 1982, (INPE-2608-TDL/105).